

Министерство образования и науки Российской Федерации
Государственное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Ивановский государственный энергетический университет имени В.И. Ленина»

Е.А. Баранцева, В.Е. Мизонов

**ВВЕДЕНИЕ В ТЕОРИЮ ЦЕПЕЙ МАРКОВА
И ЕЕ ИНЖЕНЕРНЫЕ ПРИЛОЖЕНИЯ**

Учебное пособие

Иваново 2010

УДК 519.21

Б 24

Е.А. Баранцева, В.Е. Мизонов. Введение в теорию цепей Маркова и ее инженерные приложения: Учеб. пособие / ГОУВПО «Ивановский государственный энергетический университет им. В.И. Ленина». Иваново, 2010. – 80 с.
ISBN 978-5-89482-716-2

Учебное пособие предназначено для знакомства с основами теории цепей Маркова на основе ее инженерных приложений. Изложение материала организовано так, что для его освоения необходимо знание только математического аппарата матричной алгебры. В качестве приложений приведены задачи о случайных блужданиях и диффузии частиц и некоторые задачи теории массового обслуживания. Все рассмотренные примеры имеют компьютерное сопровождение в виде программ для самостоятельного моделирования и исследования характеристик рассмотренных случайных процессов.

Предназначено для студентов, магистрантов и аспирантов, изучающих теорию цепей Маркова в рамках образовательных программ или использующих ее в учебно-исследовательской и научной работе.

Табл.2. Ил.35. Библиогр.: 10 назв.

*Печатается по решению редакционно-издательского совета
ГОУВПО «Ивановский государственный энергетический университет
имени В.И. Ленина»*

Научный редактор

доктор технических наук, профессор В.Е. Мизонов

Рецензент

доктор технических наук, профессор С.П. Бобков
ГОУВПО «Ивановский государственный химико-технологический
университет»

ISBN 978-5-89482-716-2

© Е.А. Баранцева
В.Е. Мизонов, 2010

ВВЕДЕНИЕ

В.1. Что такое цепи

Если судить по названию, речь в учебном пособии пойдет о цепях. Цепи известны человечеству с древних времен. Образую прочную и гибкую связь, они применялись для приведения в движение валов механизмов, грузов, крепления якорей, удерживания мостов над реками и для много другого. И сейчас цепи, иногда сильно измененные по сравнению со своими древними предшественниками, находят самое разнообразное применение в технике, машинах и механизмах.

Какими общими признаками обладают все цепи? Прежде всего, в отличие от каната или ремня цепь состоит из отдельных участков, то есть дискретна. Второй её особенностью является взаимосвязанность звеньев, причем в обычной цепи каждое звено непосредственно связано не со всеми остальными, а только с соседними.

В этой книге мы хотим рассказать о математических цепях. Понятие о них впервые было введено российским математиком А.А. Марковым. Вообще говоря, под цепью можно понимать любую последовательность чисел или других математических объектов (например, символов, векторов, множеств и т.д.), между которыми существует какая-то взаимосвязь. А.А. Марков под цепью понимал последовательность случайных чисел, вероятности появления которых взаимосвязаны. Здесь, как и в механической цепи, есть звенья – числа и связь между ними, только она не механическая, а математическая – вероятностная. В дальнейшем такие математические цепи были названы цепями Маркова. Марковские цепи обладают поразительной универсальностью и применяются в самых различных областях науки и техники. Они не только дали возможность моделировать самые разнообразные явления, но и послужили основой для создания других наук: теории надежности, теории массового обслуживания и др. Кроме того, марковские цепи дали начало новому большому разделу теории вероятностей – теории случайных процессов. Имена российских ученых не часто встречаются в работах зарубежных исследователей. Однако если набрать в любом научном поисковике (например, Web of Science или Science Direct) «Markov chain» или «Markov Process», можно увидеть сотни статей и книг из самых разных отраслей знания, где имя А.А. Маркова стоит не в частных ссылках, а в заголовках и названиях этих публикаций.

В.2. История возникновения теории цепей Маркова

Возникновение теории вероятностей как науки приписывают середине XVII в. Ее основателем считают Б. Паскаля (1623–662). Полагают, что впервые он занялся теорией вероятностей под влиянием вопросов, поставленных перед ним одним из придворных французского двора – шевалье де Мере (1607–648). Вопросы были такими: 1) Сколько раз необходимо бросать две игральные кости, чтобы случаев выпадения сразу двух шестерок было больше половины от общего числа бросаний? 2) Как справедливо разделить поставленные на кон двумя игроками деньги, если они по каким-либо причинам прервали игру преждевременно? Эти вопросы обсуждались в переписке Б. Паскаля и П. Ферма (1601–1665) и послужили поводом для первоначального введения такого математического понятия, как «математическое ожидание», и попыток формулирования теорем сложения и произведения вероятностей. Настоящую научную основу теории вероятностей заложил Якоб Бернулли (1654–1705). Открытый им закон больших чисел дал возможность установить связь между вероятностью какого-либо случайного события и частотой его появления, наблюдаемой непосредственно из опыта. Дальнейшие успехи теории вероятности связаны, прежде всего, с именами ученых А. Муавра (1667–1754), П. Лапласа (1749–1827), К. Гаусса (1777–1855), С. Пуассона (1781–1840) и др.

В создании российской школы теории вероятностей большую роль сыграл выдающийся математик В.Я. Буняковский (1804–1889), написавший первый русский учебник по теории вероятностей и разработавший ее терминологию в современном виде. Достойным последователем работ В.Я. Буняковского стал великий русский математик П.Л. Чебышев (1821–1894). Именно П.Л. Чебышев и его ближайшие ученики А.А. Марков и А.М. Ляпунов своими трудами преодолели теоретический кризис, возникший на тот период в теории вероятностей, и помогли этой теории стать точной и практичной математической наукой. Ими было введено понятие «случайная величина», с помощью которого значительно расширился круг задач, решаемых методами теории вероятностей. Другим важным событием этого времени явилось начало изучения зависимых случайных событий и величин, с которого начинается новая ветвь теории вероятностей – теория случайных процессов. Впервые в мире изучением зависимых случайных величин, связанных в цепь, начал заниматься выдающийся рус-

ский математик А.А. Марков. Если раньше теория вероятностей занималась лишь «статикой», то А.А. Марков открыл начала «динамики» случайных процессов.

В.3. О чём это пособие

В настоящем учебном пособии мы хотели рассказать о цепях Маркова не с точки зрения их математического обоснования, а с точки зрения их приложений. Теория цепей Маркова является частью теории вероятностей и зачастую включается только в «продвинутые» учебники. Воспринимать эту теорию по таким книгам, действительно, сложно. В значительной степени это обусловлено тем, что в них приводятся аналитические решения для частных, но очень важных, например, для теоретической физики примеров, приводящие к громоздким формулам, по виду которых очень трудно понять физическую сущность решения. Ситуация радикально изменилась с появлением компьютеров, а особенно средств компьютерной поддержки операций с матрицами, например, таких, как MATLAB. Оказалось, что если вы занимаетесь приложением, а не фундаментальными математическими вопросами теории марковских цепей, достаточно владеть математическим аппаратом матричной алгебры, с которым знаком каждый студент инженерного вуза. Именно на компьютерное моделирование и ориентирован материал данного учебного пособия. Все рассмотренные в нем примеры сопровождаются приведенными в приложении распечатками компьютерных программ для среды MATLAB, которые также можно скачать с сайта ИГЭУ по адресу www.ispu.ru/uch или скопировать на кафедре прикладной математики. Эти программы написаны так, чтобы максимально следовать логике и последовательности изложения материала. Они позволяют читателю самостоятельно исследовать, как меняется состояние случайного процесса при изменении его параметров, что, в конечном счете, и является средством освоения любого раздела науки.

Студентам, заинтересовавшимся этим подходом, можно порекомендовать продолжить его изучение по книгам [1–5]. Особенно поучительна и просто написана книга [1], в которой изложены основы теории вероятностей и ее применение к широкому спектру фундаментальных научных задач. Применение теории цепей Маркова к моделированию механических и тепловых процессов в дисперсных средах можно найти в монографиях авторов [6–10].