

## ПРИМЕНЕНИЕ АЛГОРИТМОВ ВЗВЕШИВАНИЯ ПРИ ЦИФРОВОЙ ОБРАБОТКЕ СИГНАЛОВ РЕЛЕЙНОЙ ЗАЩИТЫ

КУЛИКОВ А.Л., канд. техн. наук

Рассматриваются варианты взвешенной обработки сигналов релейной защиты с применением «окон» и обосновывается необходимость ее применения.

*Ключевые слова:* релейная защита, цифровая обработка сигналов, окно данных, алгоритм взвешивания, дискретизация непрерывной функции.

## WEIGHTING ALGORITHM APPLICATION IN RELAY PROTECTION DIGITAL SIGNAL PROCESSING

A.L. KULIKOV, Ph.D.

The work represents the variants of relay protection weighted signal processing, using “windows”. The author tries to justify the necessity of its application.

*Key words:* relay protection, digital signal processing, data window, weighting algorithm, continuous function discretization.

В целях уменьшения ошибок аналого-цифрового представления сигналов в задачах релейной защиты применяют специальные адаптивные методы [1, 2]. К ним относятся методы интерполяции [1], сглаживания [1], специального Фурье-анализа [1, 2, 6], наименьших квадратов [1, 2, 6], Прони [2, 6] и ряд других [1].

Однако в известной литературе по цифровой релейной защите не рассматривались преимущества методов взвешенной обработки с применением «окон» [3–6].

Отметим, что имеющуюся конечную последовательность дискретных данных можно рассматривать как некоторую часть соответ-

ствующей бесконечной последовательности, видимую через применяемое окно. Например, последовательность наблюдаемых данных  $x_r(n)$  из  $N$  отсчетов (рис. 1,г) можно представить как произведение прямоугольной функции единичной амплитуды, или прямоугольного окна  $S(n)$  (рис. 1,в), и бесконечной последовательности  $x_d(n)$  (рис. 1,б), причем

$$S(t) = \begin{cases} 1, & |t| \leq T/2, \\ 0, & |t| > T/2, \end{cases}$$

где  $T$  – интервал наблюдения.

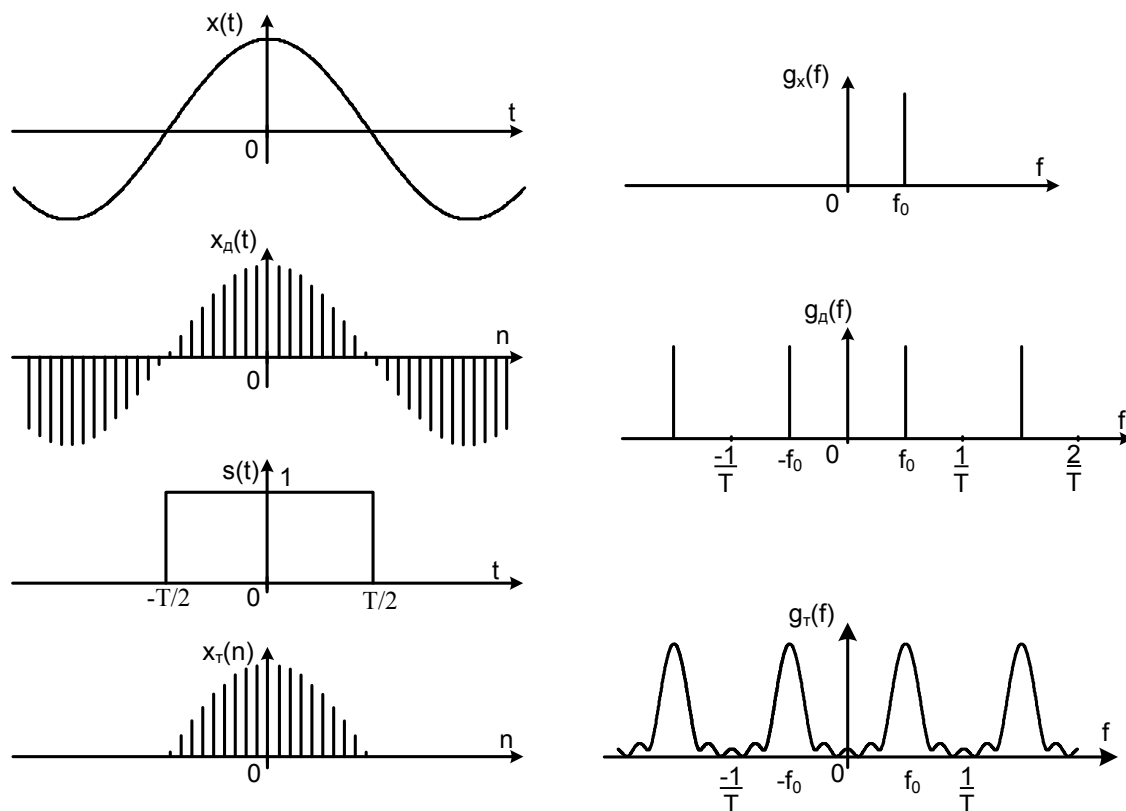


Рис. 1. Дискретное преобразование синусоидальной функции

При таком подходе принимается допущение о том, что все ненаблюдаемые (находящиеся за пределами интервала наблюдения) отсчеты равны нулю независимо от того, так ли это на самом деле или нет. Дискретное преобразование Фурье (ДПФ)  $g_T(f)$  взвешенной окном последовательности  $x_T(n)$  равно свертке ДПФ последовательности  $x_d(n)$  и ДПФ прямоугольного окна  $S(n)$ .

Дискретное преобразование Фурье наблюдаемой конечной последовательности  $x_T(n)$  является искаженной версией ДПФ бесконечной последовательности  $x_d(n)$ . Анализ влияния прямоугольного окна на дискретную синусоиду с частотой  $f_0$  (рис. 1, д–ж) показывает, что острые спектральные пики ДПФ  $g_d(f)$  бесконечной последовательности данных  $x_d(n)$  расширились за счет воздействия ДПФ окна. Минимальная ширина спектральных пиков  $g_T(f)$  ограничена шириной, определяемой главным лепестком ДПФ этого окна, и не зависит от исходных данных. Боковые лепестки ДПФ окна будут изменять амплитуды соседних спектральных пиков. Это явление называется «просачиванием» [3–6]. Поскольку ДПФ имеет периодический характер, то наложение боковых лепестков соседних спектральных периодов может привести к дополнительному смещению пиков в спектре. Просачивание приводит не только к появлению амплитудных искажений в спектрах дискретных сигналов, но и

может маскировать слабые сигналы на фоне сильных, поскольку боковые лепестки более сильного сигнала могут почти полностью подавить главный лепесток более слабого сигнала. Такая ситуация может, например возникнуть при дискретном спектральном анализе переходных процессов. Аналогичные искажения будут наблюдаться при изучении и других не-синусоидальных сигналов.

Обработка с помощью окна используется для уменьшения эффектов, обусловленных наличием боковых лепестков в спектральных преобразованиях. «Окно» (весовая функция) может применяться как во временной области (окно данных), так и в частотной области (спектральное окно). Существуют различные варианты введения окна при цифровой обработке сигналов в устройствах релейной защиты (рис. 2).

Снижение уровня боковых лепестков возможно за счет перехода от прямоугольного окна  $S(t)$  к окну другой формы. Однако это дается ценой расширения главного лепестка спектра окна, что, естественно, приводит к ухудшению разрешения. Следовательно, вид окна должен выбираться на основе компромисса между шириной главного лепестка и уровнем подавления боковых лепестков. Приведем характеристики наиболее употребительных окон (см. таблицу) и их аналитические описания во временной и частотной областях.

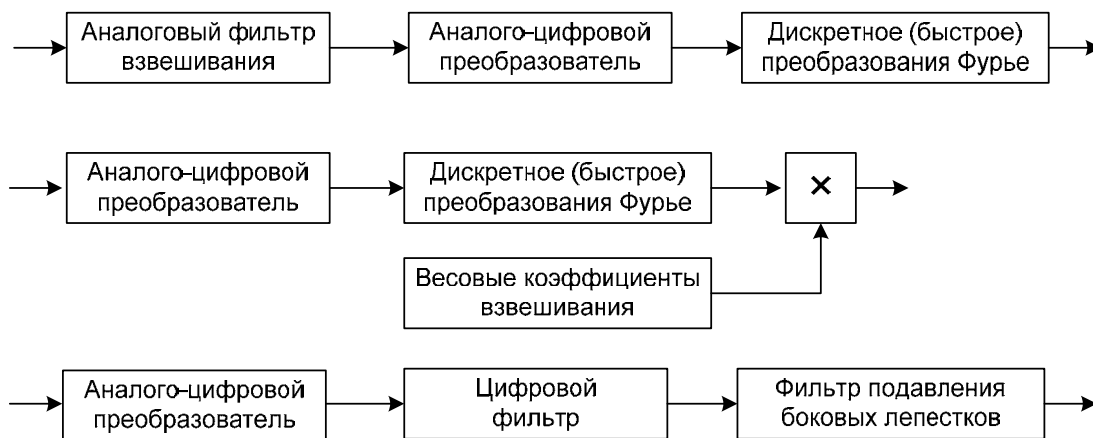


Рис. 2. Варианты применения весовой обработки

**Параметры взвешивающих окон**

Вид окна	Формула	$h_L$ , дБ	$F_n$	$F_{0,71}$	$F_{0,99}$	$v$
Дирихле	(1)	-13,3	0,82	0,44	0,07	$1/f$
Барлета	(2)	-26,6	1,63	0,64	0,11	$1/f^2$
Парзена	(3)	-58,1	3,26	0,91	0,13	$1/f^4$
Ханна	(4)	-31,5	1,88	0,71	0,12	$1/f^3$
Хемминга	(5)	-42,2	1,92	0,65	0,11	$1/f$
Блекмана	(6)	-58,2	2,83	0,82	0,14	$1/f^3$
Блекмана-Хэрриса	(7)	-90,1	3,94	0,94	0,16	$1/f^3$
Плосковершинное	(8)	-81,1	4,84	1,86	0,75	$1/f$
Рисса	(9)	-21,3	1,28	0,58	0,1	$1/f^2$
Коши, $\alpha = 3$	(10)	-30,8	3,25	0,67	0,11	$1/f$
Римана	(11)	-26,5	1,51	0,62	0,1	$1/f^2$
Гаусса, $\alpha = 3$	(12)	-55,9	3,34	0,8	0,13	$1/f$

**Примечание:**  $h_L$  – уровень боковых лепестков, дБ;  $F_n$  – приведенная ширина основного лепестка, равная произведению ширины основного лепестка АЧХ на длительность окна;  $F_{0,71}$  – ширина основного лепестка по уровню 0,71;  $F_{0,99}$  – ширина основного лепестка по уровню 0,99;  $v$  – скорость спада амплитуды боковых лепестков с ростом частоты.

Все ниже перечисленные окна – непрерывные функции времени:

$$S(t) = \begin{cases} 1, & |t| \leq T/2, \\ 0, & |t| > T/2; \end{cases} \quad g_s(f) = \frac{\text{Sin}(\pi f t)}{\pi f t};$$

$$S(t) = \begin{cases} 1 - \frac{|t|}{T/2}, & |t| \leq T/2, \\ 0, & |t| > T/2; \end{cases} \quad g_s(f) = \left[ \frac{\text{Sin}(\pi f T/2)}{\pi f T/2} \right]^2;$$

$$S(t) = \begin{cases} 1 - 24 \left| \frac{t}{T} \right|^2 + 48 \left| \frac{t}{T} \right|^3, & |t| \leq T/4, \\ 2 \left( 1 - 2 \left| \frac{t}{T} \right| \right)^3, & T/4 < |t| \leq T/2, \\ 0, & |t| > T/2; \end{cases}$$

$$g_s(f) = \left[ \frac{\text{Sin}(\pi f T/4)}{\pi f T/4} \right]^4;$$

$$S(t) = 0,5 [1 + \text{Cos}(2\pi t/T)], \quad |t| \leq T/2;$$

$$g_s(f) = \left[ \frac{\text{Sin}(\pi f T)}{\pi f T} \frac{1}{1 - (fT)^2} \right];$$

$$\begin{cases} S(t) = 0,54 + 0,46 \text{Cos}(2\pi t/T), & |t| \leq T/2, \\ g_s(f) = \frac{\text{Sin}(\pi f T)}{\pi f T} \left[ 1 + \frac{0,46}{0,54} \frac{(fT)^2}{1 - (fT)^2} \right]; \end{cases}$$

$$\begin{cases} S(t) = 0,42 + 0,5 \text{Cos}(2\pi t/T) + 0,08 \text{Cos}(4\pi t/T), & |t| \leq T/2, \\ g_s(f) = \frac{\text{Sin}(\pi f T)}{\pi f T} \left[ 1 + \frac{0,5}{0,42} \frac{(fT)^2}{1 - (fT)^2} - \frac{0,08}{0,42} \frac{(fT)^2}{4 - (fT)^2} \right]; \end{cases}$$

$$\begin{cases} S(t) = 0,3587 + 0,4883 \text{Cos}(2\pi t/T) + \\ + 0,1413 \text{Cos}(4\pi t/T) + 0,017 \text{Cos}(6\pi t/T), & |t| \leq T/2; \\ g_s(f) = \frac{\text{Sin}(\pi f T)}{\pi f T} \left[ 1 + \frac{0,4883}{0,3587} \frac{(fT)^2}{1 - (fT)^2} - \right. \\ \left. - \frac{0,1413}{0,3587} \frac{(fT)^2}{4 - (fT)^2} + \frac{0,0117}{0,3587} \frac{(fT)^2}{9 - (fT)^2} \right]; \end{cases}$$

$$\begin{cases} S(t) = 1 + 1,9333 \text{Cos}(2\pi t/T) + 1,286 \text{Cos}(4\pi t/T), \\ |t| \leq T/2; \\ g_s(f) = \frac{\text{Sin}(\pi f T)}{\pi f T} \left[ 1 + \frac{1,93}{1 - (fT)^2} - \frac{1,29}{4 - (fT)^2} + \right. \\ \left. + \frac{0,388}{9 - (fT)^2} - \frac{0,0322}{16 - (fT)^2} \right]; \end{cases}$$

$$S(t) = 1 - (2t/T)^2, \quad |t| \leq T/2;$$

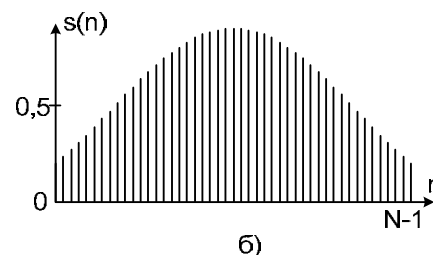
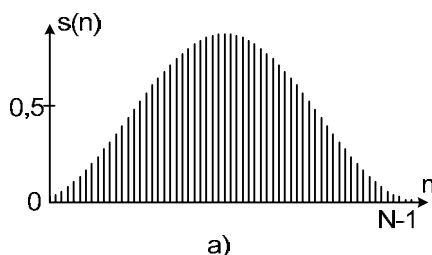


Рис. 3. Окна данных: а –Ханна; б –Хемминга

$$S(t) = \frac{1}{1 + (2\alpha t/T)^2}, \quad |t| \leq T/2;$$

$$S(t) = \frac{\text{Sin}(2\pi t/T)}{2\pi t/T}, \quad |t| \leq T/2;$$

$$S(t) = \exp\{-2(\alpha t/T)^2\}, \quad |t| \leq T/2.$$

Переход к дискретному (или ступенчатому) аналогу окна мало влияет на его параметры.

Весовые коэффициенты  $S(n)$  дискретной (или импульсной) весовой функции могут быть определены из соотношения

$$S(n) = S(t_n).$$

При определении моментов времени  $t_n$ , как правило, учитывается два обстоятельства.

Во-первых, непрерывное окно определено на интервале от  $-T/2$  до  $T/2$ , в то время как номер дискреты меняется от 0 до  $N-1$ .

Во-вторых, возможны два способа дискретизации непрерывной функции. При первом способе промежуток времени  $T$  делится на  $N$  равных интервалов и берутся отсчеты непрерывной функции, соответствующие серединам этих интервалов. При такой дискретизации

$$S(n) = S(t_n) = S\left(\frac{T}{2} \frac{2n - N + 1}{N}\right).$$

При втором способе промежуток  $T$ , на котором задана непрерывная функция, делится на  $(N - 1)$  равных интервалов и находятся значения функции на границах. При этом амплитуды крайних отсчетов, для которых  $n = 0$  и  $n = N - 1$ , уменьшаются вдвое. В итоге

$$S(n) = \begin{cases} \frac{1}{2} S\left(\frac{T}{2} \frac{2n - N + 1}{N - 1}\right) & \text{при } n = 0, n = N - 1, \\ S\left(\frac{T}{2} \frac{2n - N + 1}{N - 1}\right) & \text{при } 0 < n < N - 1. \end{cases}$$

В качестве примера на рис. 3 изображены окна данных Ханна (рис. 3,а) и Хемминга (рис. 3,б).

Проиллюстрируем применение весовой обработки с помощью окна на примере исходных данных [2]. Так, в приборах определения места повреждения (ОМП) типа ИМФ используется ортогональное разложение для цифровой обработки дискретных отсчетов фазного напряжения:

$$\begin{cases} U_a = M \sum_{i=1}^N a_i u(i \cdot \Delta t_d), \\ U_p = M \sum_{i=1}^N b_i u(i \cdot \Delta t_d), \end{cases}$$

где  $U_a$  и  $U_p$  – дискретные квадратурные составляющие;  $\Delta t_d$  – шаг дискретизации;  $i$  – номер отсчета;  $N$  – число отсчетов за период;  $M$  – масштабный множитель;  $a_i$  и  $b_i$  – коэффициенты, соответствующие функциям  $\sin(\omega t)$  и  $\cos(\omega t)$  в моменты  $i \cdot \Delta t_d$ .

С учетом выбора в приборах ИМФ  $N = 12$  и принятого масштабирования коэффициенты  $a_i$  и  $b_i$  определяются множествами:

$$A = \{a_i\} = \{0, 4, 7, 8, 7, 4, 0, -4, -7, -8, -7, -4\};$$

$$B = \{b_i\} = \{8, 7, 4, 0, -4, -7, -8, -7, -4, 0, 4, 7\}.$$

Анализ амплитудно-частотной характеристики (АЧХ) такого ортогонального разложения (рис. 4) [2] показывает, что АЧХ соответствует цифровому фильтру в диапазоне 0–300 Гц с шириной полосы пропускания на уровне 0,7, оцениваемой 20–80 Гц. Боковые лепестки АЧХ, имеющей вид  $|\sin x/x|$ , позволяют пропускать нежелательные частоты, искажающие комплексные дискретные оценки напряжения (тока).

Операция взвешивания с использованием окон данных, например, Ханна (рис. 5,а) или Хемминга (рис. 5,б), позволяет улучшить фильтрующие свойства ортогонального разложения особенно при наличии интенсивной аperiodической составляющей. Эффект улучшения фильтрующих свойств можно оценить по результирующим АЧХ (рис. 5,а,б), которые свидетельствуют о существенном подавлении нежелательных боковых лепестков, либо по количественным оценкам (см. таблицу).

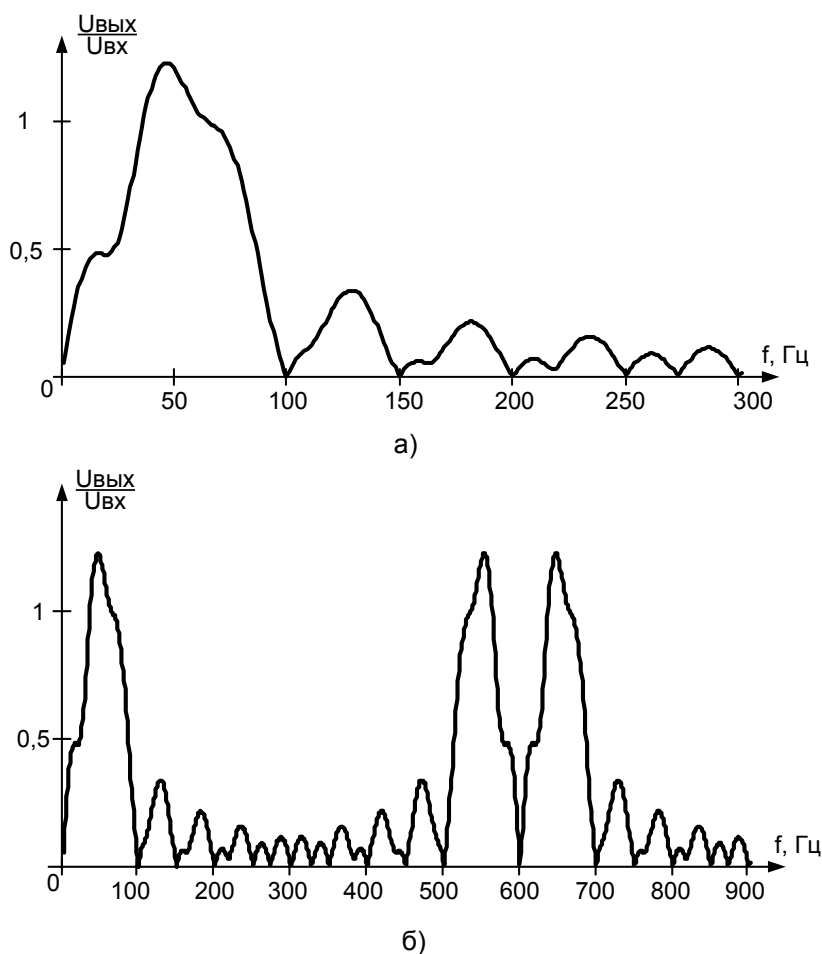


Рис. 4. Амплитудно-частотная характеристика ортогонального разложения: а – разложение за 1 период промышленной частоты; б – разложение за 2 периода промышленной частоты

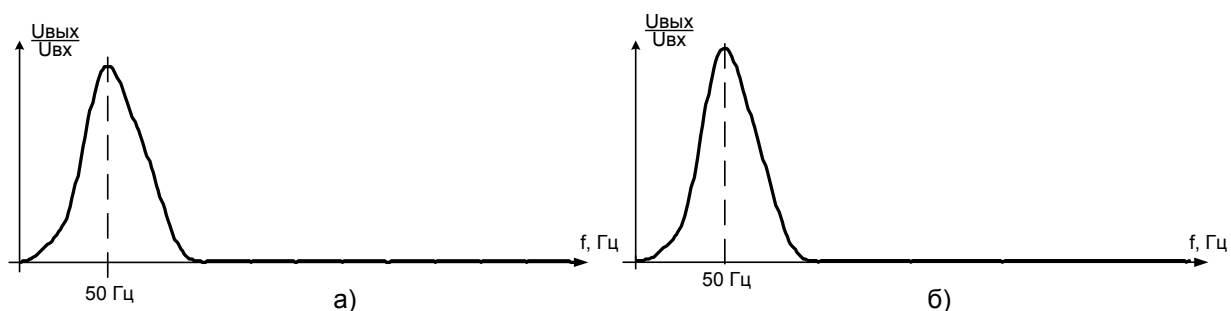


Рис. 5. Результирующая АЧХ совместной фильтрации с использованием ортогонального разложения и окна данных: а – окна Хана; б – окна Хемминга

Таким образом, использование алгоритмов взвешивания во временной или частотной областях позволяет существенно повысить точность оценки фазных составляющих при цифровой обработке сигналов релейной защиты. Анализ состава операций алгоритмов взвешивания позволяет сделать вывод о незначительном увеличении сложности результирующих совокупных вычислений.

#### Список литературы

1. **Johns A.T., Salman S.K.** Digital Protection for Power Systems – IEE Power Series 15, Peter Peregrins Ltd., 1995.
2. **Аржанников Е.А., Лукоянов В.Ю., Мисриханов М.Ш.** Определение места короткого замыкания на высоковольтных линиях электропередачи / Под ред. В.А. Шуина. – М.: Энергоатомиздат, 2003.
3. **Рабинер Л., Гоулд Б.** Теория и применение цифровой обработки сигналов. – М.: Мир, 1978.
4. **Каппелини А.В. и др.** Цифровые фильтры и их применение: Пер. с англ. – М.: Энергоатомиздат, 1983.
5. **Радиоэлектронные системы: основы построения и теория. Справочник /** Под ред. Я.Д. Ширмана. – М.: ЗАО «МАКВИС», 1998.
6. **Марпл-мл. С.Л.** Цифровой спектральный анализ и его приложения: Пер. с англ. – М.: Мир, 1990.

Куликов Александр Леонидович,  
Филиал ОАО «ФСК ЕЭС» – Нижегородское ПМЭС,  
кандидат технических наук, директор,  
телефон (831) 257-85-50,  
e-mail: info@npmes.elektra.ru