© «Вестник ИГЭУ» Вып. 1 2011 г.

УДК 528.029.69

# МОДЕЛИРОВАНИЕ ВАРИАЦИЙ КОСМИЧЕСКИХ ЛУЧЕЙ

С.И. АБАКУМОВА, канд. физ.-мат. наук

**Рассмотрен один из косвенных методов измерений вариаций космических лучей, анализ которых с использованием дифференциальных уравнений позволяет получать важнейшую информацию о процессах, происходивших в космосе и окрестности Земли в далеком прошлом, а также дополнительную информацию о явлениях в реальном масштабе времени.**

*Ключевые слова:* вариации, изотоп, концентрация изотопа, дифференциальный энергетический спектр, интенсивность космических лучей, концентрация радиоуглерода, радиационная обстановка.

# SPACE RAYS VARIATIONS MODELLING

S.I. ABAKUMOVA, Candidate of Physics and Mathematics

**The author considers one of the indirect methods of calculating space rays variations. The analysis of such calculations allow to get the most important information about processes which happened in Space and Earth neighborhood long time ago as well as the additional data about the phenomena in real time.**

*Keywords:* variations, isotope, isotope concentrations, differential energy spectrum, space rays intensity, radiocarbon concentration, radiation situation.

Земля, являясь космическим телом, находится в прямой зависимости от явлений, происходящих в космическом пространстве.

Исследования многих лет показали существование зависимости между солнечной активностью и биологическими процессами на Земле, между вспышками сверхновых звезд и потоком космических лучей на Землю.

В последнее время бурное развитие получили косвенные методы измерений вариаций космических лучей, позволяющие получать важнейшую информацию о процессах, происходивших в космосе и окрестности Земли в далеком прошлом, а также дополнительную информацию о явлениях в реальном масштабе времени.

К косвенным методам относят метеоритный – определение интенсивности, бывшей в межпланетарном пространстве многие миллионы лет назад (возможно также определение пространственного распределения космических лучей в межпланетарном пространстве по относительному содержанию различных изотопов, образуемых в результате ядерных взаимодействий космических лучей с веществом метеорита).

Относительное содержание изотопов в теле метеорита, упавшего на Землю, существенно зависит от пространственно-временного распределения интенсивности солнечных и галактических космических лучей в межпланетарном пространстве, от энергетического спектра бомбардирующих метеорит частиц, скорости образования изотопа в результате ядерных взаимодействий, его постоянной времени распада, длительности существования метеорита и его траектории в межпланетарном пространстве.

Напишем уравнение, определяющее содержание данного изотопа в метеорите. Для этого удобно ввести понятие интегральной кратности генерации $m_i(E,\rho,\rho_0)$ – число атомов изотопа $i$, образующихся в метеорите размера $\rho_0$ на глубине $\rho$ (от поверхности) от одной из первичных частиц с энергией $E$ при их изотопном падении.

Величина $m_i(E,\rho,\rho_0)$ для различных типов метеоритов может быть найдена теоретически или промодулирована на ускорителях.

Пусть $t = 0$ – момент образования метеорита, $t_1$ – момент его попадания на Землю, $D(E,r(t))$ – дифференциальный энергетический спектр первичных космических лучей в точке траектории метеорита $r(t)$ в момент времени $t$.

В этом случае для концентрации изотопа $N_i$ с постоянной распада $\lambda_i$ получаем

$$\frac{dN_i(t,\rho,\rho_0)}{dt} = \begin{cases} \int_0^\infty D(E,r(t))\cdot m_i(E,\rho,\rho_0)\,dE - \\ -\lambda_i\cdot N_i(t,\rho,\rho_0), \quad \text{если } 0\le t\le t_1 \\ -\lambda_i\cdot N_i(t,\rho,\rho_0), \quad \text{если } t>t_1. \end{cases} \qquad (1)$$

В формуле (1) учтено, что после попадания на Землю поток нуклонов космических лучей становится на несколько порядков меньше и образованием изотопа $i$ можно пренебречь.

Примем начальные условия: если изотоп $i$ образуется только в результате облучения космическими лучами, то $N_i(t,\rho,\rho_0)=0$ в момент образования $t = 0$.

Решив исходное уравнение (1) при этих начальных условиях, получаем

$$N_i(t,\rho,\rho_0) = \begin{cases} e^{-\lambda_1 t}\int_0^t e^{\lambda_1 t}\int_0^\infty D(E,\, r(t))\times \\ \times m_i(E,\rho,\rho_0)\,dEdt, \qquad \text{если } 0\le t\le t_1, \\ e^{-\lambda_1 t}\int_0^{t_1} e^{\lambda_1 t}\int_0^\infty D(E,\, r(t))\times \\ \times m_i(E,\rho,\rho_0)\,dEdt, \qquad \text{если } t>t_1. \end{cases} \qquad (2)$$

Если интенсивность космических лучей определяется с помощью изотопов, у которых период полураспада значительно больше периода $\tau$ обращения метеорита по его орбите, то формулу (2) можно упростить: $t+\frac{\tau}{2}$.

Пусть $\overline{D}(E,t)=\frac{1}{\tau}\int_{t-\frac{\tau}{2}}^{t+\frac{\tau}{2}}D(E,r(t))dt$ – дифференциальный энергетический спектр первичных космических лучей, усредненный по времени движения метеорита по орбите и по короткопериодичным изменениям интенсивности (с периодом, меньшим $\tau$), и пусть

$$\alpha_i(t,\rho,\rho_0)=\int_0^{\infty}\overline{D}(E,t)\cdot m_i(E,\rho,\rho_0)dE, \quad (3)$$

тогда

$$N_i(t,\rho,\rho_0)=\begin{cases} e^{-\lambda_1 t}\int_0^t e^{\lambda_1 t}\cdot\alpha_i(t)\cdot dt, & если\ \ 0\le t\le t_1, \\ e^{-\lambda_1 t}\int_0^{t_1} e^{\lambda_1 t}\cdot\alpha_i(t)\cdot dt, & если\ \ t>t_1. \end{cases} \quad (4)$$

Если имеется несколько метеоритов с различным возрастом, то из (4) при $t > t_1$ следует

$$\frac{dN_i(t,\rho,\rho_0)}{dt}= \quad (5)$$
$$=e^{-\lambda_i t}\cdot e^{\lambda_i t}\cdot\alpha_i(t,\rho,\rho_0)=>\quad \alpha_i(t,\rho,\rho_0)=e^{\lambda_1(t-t_1)}.$$

Найдя $\alpha_i(t,\rho,\rho_0)$, можно затем по формуле (3) по известному $m_i(E, \rho, \rho_0)$ найти $\overline{D}(E,t)$, т.е. искомый дифференциальный энергетический спектр космических лучей.

Можно воспользоваться также данными о содержании изотопов с различными $\alpha_i$ в одном и том же метеорите.

Имея данные по многим изотопам с различными $\alpha_i$ и $\lambda_i$, можно определить космический возраст метеорита $t$.

Основной величиной, характеризующей космические лучи, является их интенсивность для каждого сорта частиц.

Различают полную (интегральную) интенсивность $I$ ( > $E$) частиц с энергией, большей некоторой энергии $E$, и дифференциальную интенсивность $I$ ($E$). В очень хорошем приближении интенсивность $I$ не зависит от направлений, а зависит только от энергии частицы $E$ [1].

Следующая характеристика космических лучей – это их концентрация:

$$N(E)=\frac{4\pi}{v}I(E),$$

где $V$ – скорость частиц с энергией $E$.

Концентрация $N$ (>$E$) определяет число частиц космических лучей с энергией, большей $E$, в единице объема.

Рассмотрим задачу изучения вариации космических лучей по радиоуглеродным данным.

Радиоуглерод $C^{14}$ образуется согласно реакции

$$n + N^{14}\rightarrow C^{14} + P. \quad (6)$$

Скорость его образования определяется по формуле

$$Q_{pi}(h_0,R_c,t)=\frac{1}{T_p}\int_{t-T_p}^{t}Q_{pi}(h_0,R_c,\tau)\cdot d\tau, \quad (7)$$

где $Q_{pi}$ ($h_0$, $R_c$, $\tau$) – мгновенная планетарная скорость образования изотопов; $T_p$ – время перемешивания; $\overrightarrow{R_c}$ – некоторая эффективная жесткость обрезания для данного состояния геомагнитного поля; $h_0$ – давление.

Пусть $N(t)$ – средняя концентрация радиоуглерода в атмосфере.

Содержание радиоуглерода в исследуемом образце $N_1(t)$ определяется концентрацией $C^{14}$ в атмосфере $N(t)$ в период экспозиции образца от $t = -t_1$ до $t = -t_2$ и временем прекращения ассимиляции $C^{14}$ из земной атмосферы (от $t = -t_2$ до момента $t = 0$), когда проводится исследование образца. Для концентрации радиоуглерода в образце можно записать уравнение

$$\frac{dN_1}{dt}=\begin{cases} N(t)j_1(t)-\lambda N_1, если -t_1<t<-t_2, \\ -\lambda N_1, если -t_2<t<0, \end{cases} \quad (8)$$

где $\lambda$ – постоянная распада; $N(t)$ – концентрация радиоуглерода в земной атмосфере в районе экспозиции образца; $J_1(t)$ – коэффициент ассимиляции радиоуглерода.

Решим это уравнение при начальных условиях $N_1(-t) = 0$. Если $-t_1 < t < t_2$, то

$$\frac{dN_1}{dt}=N(t)j_1(t)-\lambda N_1.$$

Это линейное дифференциальное уравнение первого порядка. Рассмотрим соответствующее однородное уравнение $\frac{dN_1}{dt}=-\lambda N_1$:

$$\frac{dN_1}{N_1}=-\lambda dt=>\ln N_1=-\lambda t+\ln C=>N_1=c\cdot e^{-\lambda t}.$$

Будем искать решение линейного уравнения в виде $N_1=u\cdot e^{-\lambda t}$, где $u = u(t)$. $\frac{dN_1}{dt}=u^1\cdot e^{-\lambda t}-\lambda u\cdot e^{-\lambda t}$ – подставляем в исходное линейное уравнение:

$$u^1e^{-\lambda t}-\lambda u\cdot e^{-\lambda t}=N(t)j_1(t)-\lambda ue^{-\lambda t}.$$

Из этого следует

$$\frac{du}{dt}=e^{\lambda t}\cdot N(t)j_1(t)=>u=\int_{-t_1}^{-t_2}e^{\lambda t}N(t)j_1(t)dt.$$

Таким образом, решение дифференциального уравнения имеет вид

$$N_1=e^{-\lambda t}\int e^{\lambda\tau}N(\tau)j_1(\tau)d\tau. \quad (9)$$

Если $-t_2 < t < 0$, то

$$\frac{dN_1}{dt}=-\lambda N_1=>\ln N_1=-\lambda t+\ln C=>N_1=C\cdot e^{-\lambda t}.$$

Найдем $C$, используя начальное условие $N_1(-t_1) = 0$. Получаем $C=\int e^{\lambda t}N(t)j_1(t)dt$ и решение уравнения запишем в виде

$$N_1(t)=e^{-\lambda t}\int_{-t_1}^{-t_2}e^{\lambda t}\cdot N(t)j_1(t)\cdot dt. \quad (10)$$

Общее решение уравнения (8) запишем в виде

$$N_1(t) = \begin{cases} e^{-\lambda t} \int\limits_{-t_1}^{t} e^{\lambda\tau} \cdot N(\tau) \cdot j_1(\tau) d\tau, & \text{если } -t_1 < t < t_2, \\ e^{-\lambda t} \int\limits_{-t_1}^{-t_2} e^{\lambda t} \cdot N(t) \cdot j_1(t) dt, & \text{если } -t_2 < t < 0. \end{cases}$$

В частном случае, когда $N(t) = N = \mathrm{const}$, $j_1(t) = j_1 = const$ при $t > t_2$, получим

$$N_1(t) = e^{-\lambda t} \int\limits_{-t_1}^{-t_2} e^{\lambda t} \cdot N \cdot j_1 dt = N \cdot j_1 \cdot e^{-\lambda t} \cdot \frac{1}{\lambda} e^{\lambda t} \Big|_{-t_1}^{-t_2} = \frac{N \cdot j_1 \cdot e^{-\lambda t - t_1}}{\lambda} (e^{-\lambda t_2} - e^{-\lambda t_1}). \quad (11)$$

Сопоставление 11-летних вариаций $N_1(t)$ с солнечной активностью позволяет получить важную информацию а радиационной обстановке в окрестностях Земли.

### Список литературы

1. **Арсенин В.Я.** Методы математической физики и специальные функции. – М.: Наука, 1974.

Абакумова Светлана Ивановна,
Пятигорский государственный технологический университет,
кандидат педагогических наук, старший преподаватель кафедры математики,
e-mail: svetaabaku@rambler.ru