

УДК 621.313

КОНЕЧНО-ЭЛЕМЕНТНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СОПРЯЖЕННОГО ТЕПЛООБМЕНА В ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ МАШИНАХ

КАЗАКОВ Ю.Б., д-р техн. наук

Рассмотрен алгоритм численного конечно-элементного моделирования установившегося процесса нелинейного сопряженного теплообмена в электрических машинах с учетом влияния внутренних и внешних границ теплоотдачи. Получены конечные соотношения при использовании метода Ньютона для решения системы нелинейных уравнений. Приведен пример расчета теплового состояния неявнополюсного двигателя постоянного тока.

При расчете охлаждения электрических машин и их теплового состояния возникает необходимость совместного решения уравнений распределения температур на границах теплообмена и распределения температур теплоносителя по длине охлаждающих каналов. Распределения плотностей тепловых потоков на поверхностях охлаждаемых частей электрической машины зависят от распределений температур стенок каналов и теплоносителя, которые, в свою очередь, определяются плотностями тепловых потоков в машине. Важность решения задач сопряженного теплообмена в электрических машинах подтверждается, например, в [1], где приведены данные об экспериментальных исследованиях тепловых режимов тяговых двигателей постоянного тока 300-500 кВт магистральных тепловозов. При продольной аксиальной нагнетательной вентиляции со стороны коллектора по длине машины разность между средней температурой обмотки якоря и максимальной температурой обмотки, соответствующей нижней полусекции лобовой части со стороны привода, может достигать 120 °С. То есть при максимальной достижимой температуре обмотки якоря 180 °С для класса нагревостойкости изоляции Н разность температур обмотки якоря по длине канала охлаждения может составить 120 °С. В этом случае оценка надежности всей изоляции обмотки якоря по средней температуре обмотки может оказаться некорректной. Одновременно часто предполагается, что части электрической машины, разделенные воздушными каналами или зазорами, в которых осуществляется съём тепла, в тепловом отношении не связаны друг с другом и рассматриваются отдельно, пренебрегается их кондуктивным влиянием.

При учете нелинейной зависимости коэффициентов теплопроводности и теплоемкости материалов, коэффициентов теплоотдачи с поверхности и выделяемых потерь от температуры, различного пространственного расположения элементов машин и распределенности поля скоростей движения теплоносителя корректное представление задачи сопряженного теплообмена возможно численным методом с подробной дискретизацией расчетной модели, например, на основе метода конечных элементов. В литературе [2-6] нет решения задачи стационарного нелинейного конвективного теплообмена в формулировке метода конечных элементов, позволяющего интегрально по области оценивать выполнимость уравнения энергии. Приведем алгоритм конечно-элементного моделирования такой задачи.

Полагаем, что при моделировании процессов конвективного теплообмена уравнения неразрывности, движения и состояния выполняются, а тепловому

расчету предшествовал аэродинамический или гидродинамический расчет, позволивший определить векторное поле скоростей теплоносителя. В случае малых скоростей движения теплоносителя диссипация энергии за счет вязкого трения и работа сил давления малы. Уравнение смешанной конвекции при стационарном потоке движения теплоносителя [2]

$$\xi c_T \vec{v} \cdot \text{grad } T - P = \text{div} (\lambda \cdot \text{grad } T)$$

является частным случаем уравнения энергии.

Здесь T - превышение температуры расчетной точки над температурой окружающей среды T_{oc} ; \vec{V} - векторное поле скоростей движения теплоносителя; c_T - массовая удельная теплоемкость теплоносителя; ξ - плотность; $C_T = \xi c_T$ - объемная удельная теплоемкость теплоносителя; λ - коэффициент теплопроводности; P - объемная плотность мощности источников тепловыделения.

В двумерной постановке эта задача при анизотропной теплопроводности с осями анизотропии x и y , совпадающими с координатными осями, описывается уравнением

$$C_T \left(v_x \frac{\partial T}{\partial x} + v_y \frac{\partial T}{\partial y} \right) - P = \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda_x \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda_y \frac{\partial T}{\partial y} \right).$$

На границах области может быть задано граничное условие, при котором тепловой поток через границу G по нормали к ней n определяется теплоотдачей с коэффициентом α и граничной плотностью мощности тепловыделений P_G :

$$\lambda \frac{\partial T}{\partial n} = -\alpha T + P_G.$$

Подлежащий минимизации в методе конечных элементов функционал для двумерной задачи с учетом условия теплоотдачи имеет вид

$$Q = \iint_{xy} \left[\frac{1}{2} \left\{ \lambda_x \left(\frac{\partial T}{\partial x} \right)^2 + \lambda_y \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)^2 \right\} - PT + \right. \\ \left. + C_T \left(v_x \frac{\partial T}{\partial x} + v_y \frac{\partial T}{\partial y} \right) T \right] dx dy + \\ + \int_G \left(\frac{1}{2} \alpha T^2 - P_G T \right) dG, \quad (1)$$

где G - участок границы теплообмена с окружающей средой. Последний интеграл отражает отводимую/подводимую энергию через внешнюю границу области.

Тепловые потоки в двигателе от источников тепловыделений через теплопроводящие элементы, внутренние и внешние конвективные связи с теплоносителем и охлаждающей средой отводятся в

окружающее пространство. Для учета в (1) сопряженного конвективного теплообмена на внутренних поверхностях обозначим внешней границы теплообмена $G_{ВНЕС}$, внутренней границы теплообмена $G_{ВНУТ}$, превышение температуры теплоносителя в заданном сечении канала над температурой окружающей среды $T_{ТН}$. Считаем известными коэффициенты теплопроводности материалов и теплоотдачи, теплоемкость теплоносителя, удельные мощности тепловыделений на внешних и внутренних поверхностях теплообмена, которые могут зависеть от координаты и температуры:

$$\lambda, \alpha, C_T, P, P_G = f(T+T_{oc}, x, y).$$

На внутренней границе теплообмена задаем граничное условие III рода для тепловой мощности на единице длины третьей координаты z:

- выходящей из пространственного элемента стенки канала

$$P = -\alpha G_{ВНУТ}(T - T_{ТН});$$

- входящей в элемент теплоносителя

$$P = \alpha G_{ВНУТ}(T - T_{ТН}).$$

Это одна и та же мощность, которая в смежных пространственных элементах по обе стороны границы должна учитываться с разными знаками. Кроме того, на этой границе возможно выделение граничной мощности тепловыделений P_G , по половине которой должно быть отнесено к каждому из этих двух смежных пространственных элементов. В качестве граничного условия на входе в канал задаем входную температуру теплоносителя.

При аксиальной вентиляции в осесимметричных цилиндрических электрических машинах необходимо рассматривать задачу поля превышений температуры в плоскомеридианной постановке в осях r и z для переменной $\varphi = T \cdot r$ при граничном условии:

для внешней границы теплоотдачи

$$\frac{\lambda}{r} \frac{\partial \varphi}{\partial n} = -\frac{\alpha}{r} \varphi + P_G;$$

для внутренней границы теплоотдачи

$$\frac{\lambda}{r} \frac{\partial \varphi}{\partial n} = -\alpha \left(\frac{\varphi}{r} - \frac{\varphi_{ТН}}{r_{ТН}} \right) + P_G,$$

где $\varphi_{ТН} = T_{ТН} \cdot r_{ТН}$; $T_{ТН}$, $r_{ТН}$ – температура точки теплоносителя и ее радиус.

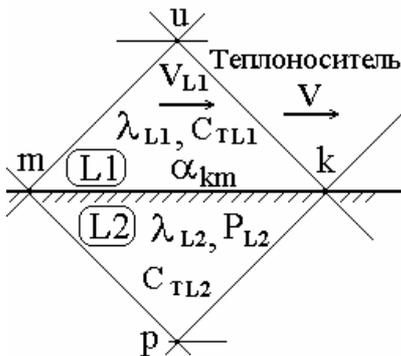


Рис. 1. Элементы на границе конвективного теплообмена

Функционал для плоскомеридианного уравнения стационарного конвективного теплообмена с внутренними и внешними границами теплоотдачи может быть записан в виде

$$Q = \iint_{rz} \left[\frac{1}{2} \left\{ \frac{\lambda_r}{r} \left(\frac{\partial \varphi}{\partial r} \right)^2 + \frac{\lambda_z}{r} \left(\frac{\partial \varphi}{\partial z} \right)^2 \right\} - \varphi P + \right. \\ \left. + \frac{C_T}{r} \left(v_z \frac{\partial \varphi}{\partial z} + v_r \frac{\partial \varphi}{\partial r} \right) \varphi \right] dr dz + \\ + \int_{G_{ВНЕС}} \left(\alpha \frac{1}{2} \frac{\varphi^2}{r} - \varphi P_G \right) dG - \\ - \int_{G_{ВНУТ}} \left[\alpha \left(\frac{1}{2} \frac{\varphi^2}{r} - \frac{\varphi_{ТН}}{r_{ТН}} \varphi \right) + \frac{1}{2} \varphi P_G \right] dG + \\ + \int_{G_{ВНУТ}} \left[\alpha \left(\frac{1}{2} \frac{\varphi^2}{r} - \frac{\varphi_{ТН}}{r_{ТН}} \varphi \right) - \frac{1}{2} \varphi P_G \right] dG. \quad (2)$$

При дискретизации исследуемая область S , разбивается на N узлов (вершин элементов) и E треугольных конечных элементов (симплекс-элементов) с площадями S_L , в пределах которых φ предполагается линейной функцией координат. При этом функционал интегрального вида (2) заменяется суммой вкладов Q_L от всех конечных элементов L (рис. 1). Примем, что коэффициент теплопроводности, теплоемкость симплекс-элемента и плотность мощности тепловыделений в элементе зависят от средней температуры симплекс-элемента

$$\lambda_L, C_{TL}, P_L = f(T_{Lcp} + T_{oc})$$

и не зависят от координат точки внутри элемента, то есть в пределах элемента неизменны. Считаем известным поле скоростей движения теплоносителя, заданное в составляющих v_r, v_z для каждого симплекс-элемента теплоносителя.

Предполагаем, что граница с условием теплоотдачи разбита на элементы границы (рис. 2), представляющие собой стороны приграничных симплекс-элементов.

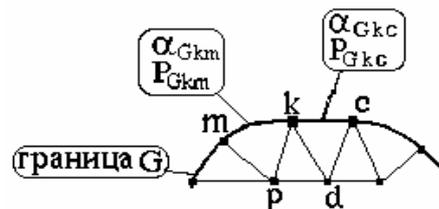


Рис. 2. Элементы границы с граничным условием теплоотдачи

Примем, что в пределах длины элемента границы G_{Lkm} , между узлами k и m симплекс-элемента L , величины α_{LGkm} и P_{LGkm} постоянны, но зависят от средней температуры элемента границы:

$$\alpha_{LG}, P_{LG} = f(T_{LGcp} + T_{oc}).$$

Если узлы k или m не лежат на границе теплоотдачи, то $G_{Lkm} = 0$.

При определении функционала через суммирование вкладов от треугольников, имеющих стороны на внутренней границе теплообмена, следует учитывать различие вкладов треугольника $L1$, относящегося к теплоносителю, и треугольника $L2$,

относящегося к стенке канала. Оба треугольника L1 и L2 входят в множество E, но при рассмотрении вклада от текущего треугольника L в соотношениях присутствуют или члены с индексами L1 или члены с индексами L2. Примем в качестве температуры теплоносителя $T_{ТН}$ в сечении r_u (рис. 1) канала теплообмена температуру узла u, входящего в треугольник теплоносителя L1, сторона которого является этим участком границы, но при условии, что этот узел сам не лежит на границе теплообмена, а лежит на середине высоты канала [4]. В то же время симплекс-элементы зазора обеспечивают кондуктивную взаимосвязь сердечников и передачу тепла друг другу в соответствии с заданными коэффициентами теплопроводности теплоносителя.

Примем также:

средний радиус симплекс-элемента L с узлами p,k,m

$$r_{Lcp} = \frac{1}{3} \sum_{i=p,k,m} r_{Li};$$

среднее значение функции в симплекс-элементе L

$$\varphi_{Lcp} = \frac{1}{3} \sum_{i=p,k,m} \varphi_{Li};$$

средний радиус элемента границы G_{Lkm} (между узлами k и m) -

$$r_{Lkmcp} = \frac{1}{2} \sum_{i=k,m} r_{Li};$$

среднее значение функции на элементе G_{Lkm}

$$\varphi_{Lkmcp} = \frac{1}{2} \sum_{i=k,m} \varphi_{Li};$$

средний квадрат функции на элементе границы G_{Lkm}

$$\varphi_{Lkmcp}^2 = \frac{1}{3} \sum_{\substack{i=k|m|m \\ j=k|k|m}} (\varphi_{Li} \cdot \varphi_{Lj}).$$

Хотя в функционале сумма подводимой к внутренней границе теплообмена тепловой мощности и отводимой мощности от границы равна нулю, способ передачи тепла через границу влияет на распределение температур. Член, определяемый теплоемкостью и скоростью движения теплоносителя, перераспределяет в элементах тепловую мощность, что и приводит к перераспределению температур по узлам. Появляются отличающиеся соотношения для приграничных элементов по разные стороны границы внутреннего теплообмена.

Функционал (2) после дискретизации области принимает вид

$$Q = \sum_{L=1}^E Q_L = \sum_{L=1}^E$$

$$\left[\begin{aligned} & \frac{0.125}{r_{Lcp} S_L} \sum_{i=p,k,m} \sum_{j=p,k,m} (\lambda_{Lz} b_{Li} b_{Lj} + \lambda_{Lr} c_{Li} c_{Lj}) \varphi_{Li} \varphi_{Lj} - \\ & - \frac{1}{3} P_L S_L \sum_{i=p,k,m} \varphi_{Li} + \\ & + \frac{C_{TL}}{6 r_{Lcp}} \sum_{i=k,u,m} \sum_{j=k,u,m} (v_{L1z} b_{L1j} + v_{L1r} c_{L1j}) \varphi_{L1i} \varphi_{L1j} - \\ & - \sum_{\substack{i=k|u|m \\ j=u|m|k \\ d=m|k|u}} \frac{G_{L1ijBHYT}}{2} \alpha_{L1ij} \left\{ \begin{aligned} & \left[\frac{(\varphi_{L1i} + \varphi_{L1j})^2 - \varphi_{L1i} \varphi_{L1j}}{3 r_{L1ijcp}} - \right. \\ & \left. - \frac{\varphi_{L1d} (\varphi_{L1i} + \varphi_{L1j})}{r_{L1d}} \right] + \\ & \left. + 0.5 (\varphi_{L1j} + \varphi_{L1i}) P_{G L1ij} \right\} + \\ & + \sum_{\substack{i=p|k|m \\ j=k|m|p}} \frac{G_{L2ijBHYT}}{2} \alpha_{L2ij} \left\{ \begin{aligned} & \left[\frac{(\varphi_{L2i} + \varphi_{L2j})^2 - \varphi_{L2i} \varphi_{L2j}}{3 r_{L2ijcp}} - \right. \\ & \left. - \frac{\varphi_{L1u} (\varphi_{L1i} + \varphi_{L1j})}{r_{L1u}} \right] - \\ & \left. - 0.5 (\varphi_{L2j} + \varphi_{L2i}) P_{G L2ij} \right\} + \\ & + \sum_{\substack{i=p|k|m \\ j=k|m|p}} \frac{G_{LijBHEIII}}{2} \alpha_{Lij} \left[\begin{aligned} & \frac{(\varphi_{Li} + \varphi_{Lj})^2 - \varphi_{Li} \varphi_{Lj}}{3 r_{Lijcp}} - \\ & - (\varphi_{Lj} + \varphi_{Li}) P_{G Lij} \end{aligned} \right] \end{aligned} \right] \end{aligned}$$

где c_L, b_L - постоянные элемента L, определяемые через координаты γ и z узлов p, k, m .

Так как нумерация углов в треугольниках на рис. 1 является текущей и индексы узлов внутри треугольника циклически меняются, заменим текущий индекс i на индекс p .

Минимизация функционала сводится к решению системы из N , по количеству узлов, нелинейных алгебраических уравнений для $k=1,2,\dots,N$ - условий минимума функционала:

$$f_k = \frac{\partial Q}{\partial \varphi_k} = 0,$$

где f_k представляет невязку по выполнению уравнения энергии для k -ого узла.

Решение системы нелинейных уравнений может быть получено итерационным методом Ньютона-Рафсона. Используя разложение невязки в ряд Тейлора и ограничиваясь первыми производными невязки (вторыми производными "энергетического" функционала), можно итерационно формировать решаемые системы линеаризованных уравнений и записать расчетные соотношения для этих систем.

k -ый элемент столбца правой части системы линеаризованных уравнений (столбца невязок) на t -ой итерации метода Ньютона с учетом принятого ограничения, что только одна сторона треугольника с узлами p, k, m может являться элементом внутренней границы теплообмена, представляется в виде

$$f_k^t = \frac{\partial}{\partial \varphi_{Lk}^t} \left(\sum_{L=1}^E Q_L^t \right) = \sum_{L=1}^e$$

$$\left\{ \begin{aligned} & \frac{0.25}{r_{Lcp} S_L} \sum_{i=p,k,m} (\lambda_{Lz}^t b_{Li} b_{Lk} + \lambda_{Lr}^t c_{Li} c_{Lk}) \varphi_{Li}^t - \\ & - \frac{P_L^t S_L}{3} - \sum_{i=p,m} \frac{G_{Lki} \text{ВНУТ}}{4} P_{GLki}^t + \\ & + \frac{C_{TL}^t}{6 r_{Lcp}} \sum_{i=p,k,m} [v_{Lz}(b_{Li} + b_{Lk}) + v_{Lr}(c_{Li} + c_{Lk})] \varphi_{Li}^t + \\ & + \frac{G_{L1mp} \text{ВНУТ}}{2 r_{L1k}} \alpha_{L1mp}^t (\varphi_{L1p}^t + \varphi_{L1m}^t) + \\ & + \sum_{i=p,m} \frac{G_{Lki} \text{ВНЕШ}}{6} \left[\alpha_{Lki}^t \frac{2\varphi_{Lk}^t + \varphi_{Li}^t}{r_{Lki} \text{cp}} - 3P_{GLki}^t \right] \end{aligned} \right\},$$

где $e \in E$ - подмножество симплекс-элементов, в которые входит k -ый узел.

Третий член суммы будет присутствовать только при рассмотрении треугольника $L1$, причем при условии, что его сторона mp является элементом внутренней границы теплообмена, а узел k находится в области теплоносителя. Кроме того, выражение не содержит вовсе или содержит одно или два слагаемых для симплекс-элемента L , отражающих вклад интеграла по границе, тогда, когда узел k лежит на ней и симплекс-элемент имеет одну или две стороны, принадлежащие границе с граничными условиями теплоотдачи.

Расчет элементов матрицы Якоби, размера $N \times N$, предполагает определение частных производных теплофизических свойств элемента L по переменной в узлах. Матрица Якоби, в общем случае, не является симметричной, так как $T_{Lm} \neq T_{Lk}$ и, например, $\partial \lambda_L / \partial T_{Lm} \neq \partial \lambda_L / \partial T_{Lk}$. Однако при замене $\partial \lambda_L / \partial T_{Lm}$ на $\partial \lambda_L / (3 \partial T_{Lcp})$ матрица Якоби симметризуется, так как

$$\frac{\partial \lambda_L}{\partial T_{Lm}} \approx \frac{1}{3} \frac{\partial \lambda_L}{\partial T_{Lcp}} \approx \frac{\partial \lambda_L}{\partial T_{Lk}}$$

Частные производные теплофизических свойств по переменной φ в узле m можно вычислить следующим образом:

$$\left. \frac{\partial \lambda_{Lx}(y)}{\partial \varphi_{Lm}} \right|_{\varphi_{Lm} + \varphi_{oc}} = \frac{1}{3 r_{Lcp}} \left. \frac{\partial \lambda_{Lx}(y)}{\partial T_{Lcp}} \right|_{T_{Lcp} + T_{oc}};$$

$$\left. \frac{\partial C_{TL}}{\partial \varphi_{Lm}} \right|_{\varphi_{Lm} + \varphi_{oc}} = \frac{1}{3 r_{Lcp}} \left. \frac{\partial C_{TL}}{\partial T_{Lcp}} \right|_{T_{Lcp} + T_{oc}};$$

$$\left. \frac{\partial \alpha_{Lkm}}{\partial \varphi_{Lm}} \right|_{\varphi_{Lm} + \varphi_{oc}} = \frac{1}{2 r_{Lkmp}} \left. \frac{\partial \alpha_{Lkm}}{\partial T_{Lkm}} \right|_{T_{Lkm} + T_{oc}};$$

$$\left. \frac{\partial P_L}{\partial \varphi_{Lm}} \right|_{\varphi_{Lm} + \varphi_{oc}} = \frac{1}{3 r_{Lcp}} \left. \frac{\partial P_L}{\partial T_{Lcp}} \right|_{T_{Lcp} + T_{oc}};$$

$$\left. \frac{\partial P_{GLkm}}{\partial \varphi_{Lm}} \right|_{\varphi_{Lm} + \varphi_{oc}} = \frac{1}{2 r_{Lkmp}} \left. \frac{\partial P_{GLkm}}{\partial T_{Lkm}} \right|_{T_{Lkm} + T_{oc}}.$$

Теперь элемент матрицы Якоби, стоящий на m -ой строке и в k -ом столбце на t -ой итерации метода Ньютона принимает вид

$$J_{km}^t = \frac{\partial}{\partial \varphi_{Lm}^t} \left[\frac{\partial}{\partial \varphi_{Lk}^t} \left(\sum_{L=1}^E Q_L^t \right) \right] = \sum_L^e$$

$$\left\{ \begin{aligned} & \frac{0.25}{r_{Lcp} S_L} \left[\sum_{i=p,k,m} \frac{1}{3} \left(\frac{\partial \lambda_{Lz}^t}{\partial \varphi_{Lcp}^t} b_{Li} b_{Lk} + \frac{\partial \lambda_{Lr}^t}{\partial \varphi_{Lcp}^t} c_{Li} c_{Lk} \right) \varphi_{Li}^t + \right. \\ & \left. + (\lambda_{Lz}^t b_{Lk} b_{Lm} + \lambda_{Lr}^t c_{Lk} c_{Lm}) \right] + \\ & + \frac{1}{18 r_{Lcp}} \left[\sum_{i=p,k,m} [v_{Lz}(b_{Li} + b_{Lk}) + v_{Lr}(c_{Li} + c_{Lk})] \varphi_{Li}^t \right] \frac{\partial C_{TL}^t}{\partial \varphi_{Lcp}^t} + \\ & + \frac{C_{TL}^t}{6 r_{Lcp}} [v_{Lz}(b_{Lm} + b_{Lk}) + v_{Lr}(c_{Lm} + c_{Lk})] - \\ & - \frac{S_L}{9} \frac{\partial P_L^t}{\partial \varphi_{Lcp}^t} - \sum_{i=p,m} \frac{G_{Lki} \text{ВНУТ}}{8} \frac{\partial P_{GLki}^t}{\partial \varphi_{Lki}^t} + \\ & + \frac{G_{L1mp} \text{ВНУТ}}{2 r_{L1k}} \left[\frac{(\varphi_{L1p}^t + \varphi_{L1m}^t)}{2} \frac{\partial \alpha_{L1mp}^t}{\partial \varphi_{L1mp}^t} + \alpha_{L1mp}^t \right] + \\ & + \frac{G_{Lkmp} \text{ВНЕШ}}{6} \left[\frac{2\varphi_{Lk}^t + \varphi_{Lm}^t}{2 r_{Lkmp}} \cdot \frac{\partial \alpha_{Lkm}^t}{\partial \varphi_{Lkm}^t} + \frac{\alpha_{Lkm}^t}{r_{Lkmp}} - \frac{3}{2} \frac{\partial P_{GLkm}^t}{\partial \varphi_{Lkm}^t} \right] \end{aligned} \right\}$$

Вклад интеграла по границе появляется для симплекс-элемента L , в который одновременно входят узлы m и k , и если оба они лежат на этой границе. Или если рассматривается симплекс-элемент $L1$ у внутренней границы теплообмена, узел k является узлом с температурой теплоносителя T_{TH} и сторона mp является элементом внутренней границы теплообмена.

Элемент матрицы Якоби, стоящий на k -той строке и в k -том столбце

$$J_{kk}^t = \frac{\partial}{\partial \varphi_{Lk}^t} \left[\frac{\partial}{\partial \varphi_{Lk}^t} \left(\sum_{L=1}^E Q_L^t \right) \right] = \sum_L^e$$

$$\left\{ \begin{aligned} & \frac{0.25}{r_{Lcp} S_L} \left[\sum_{i=p,k,m} \frac{1}{3} \left(\frac{\partial \lambda_{Lz}^t}{\partial \varphi_{Lcp}^t} b_{Li} b_{Lk} + \frac{\partial \lambda_{Lr}^t}{\partial \varphi_{Lcp}^t} c_{Li} c_{Lk} \right) \varphi_{Li}^t + \right. \\ & \left. + (\lambda_{Lz}^t b_{Lk} b_{Lk} + \lambda_{Lr}^t c_{Lk} c_{Lk}) \right] + \\ & + \frac{1}{18 r_{Lcp}} \left[\sum_{i=p,k,m} [v_{Lz}(b_{Li} + b_{Lk}) + v_{Lr}(c_{Li} + c_{Lk})] \varphi_{Li}^t \right] \frac{\partial C_{TL}^t}{\partial \varphi_{Lcp}^t} + \\ & + \frac{C_{TL}^t}{6 r_{Lcp}} [v_{Lz}(b_{Lk} + b_{Lk}) + v_{Lr}(c_{Lk} + c_{Lk})] - \\ & - \frac{S_L}{9} \frac{\partial P_L^t}{\partial \varphi_{Lcp}^t} - \sum_{i=p,m} \frac{G_{Lki} \text{ВНУТ}}{8} \frac{\partial P_{GLki}^t}{\partial \varphi_{Lki}^t} + \\ & + \sum_{i=p,m} \frac{G_{Lki} \text{ВНЕШ}}{6} \left[\frac{2\varphi_{Lk}^t + \varphi_{Li}^t}{2 r_{Lkcp}} \cdot \frac{\partial \alpha_{Lki}^t}{\partial \varphi_{Lki}^t} + \frac{2\alpha_{Lki}^t}{r_{Lkcp}} - \frac{3}{2} \frac{\partial P_{GLki}^t}{\partial \varphi_{Lki}^t} \right] \end{aligned} \right\}$$

В этом выражении суммирование при учете вклада границы теплоотдачи проводится для всех элементов границы симплекс-элемента L , в которые входит узел k , а это 0, 1 или 2 (максимально) элемента границы.

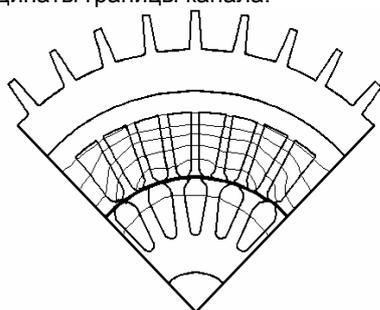
Матрица Якоби получается симметричной, слабозаполненной, положительно определенной, при определенной нумерации – ленточной. Это позволяет использовать эффективные методы прямого решения систем линеаризованных уравнений, например, методом Холесского.

При рассмотрении задачи в сечении, поперечном движению теплоносителя, задаются нулевые составляющие скорости движения теплоносителя. В расчетных соотношениях тепловыделение в узлах сетки на внутренних охлаждаемых поверхностях сердечников уменьшается на величину теплоотдачи. Таким образом образуется “сток” тепловыделения из этих внутренних узлов расчетной области.

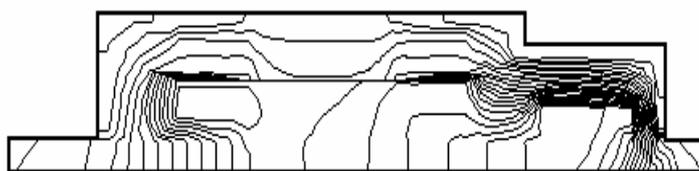
По рассчитанному температурному полю можно определить среднерасходную температуру теплоносителя в сечении z канала:

$$\bar{T}(z) = \int_{R_{НГК}}^{R_{ВГК}} v_z r T dr \cdot \left(\int_{R_{НГК}}^{R_{ВГК}} v_z r dr \right)^{-1},$$

где $R_{НГК}$ и $R_{ВГК}$ - нижняя и верхняя радиальные координаты границы канала.



а)



б)

Рис. 3. Изотермы в поперечном (а) и продольном (б) сечениях неявнополюсного двигателя постоянного тока

Таким образом разработан конечно-элементный подход к решению задач сопряженного конвективного теплообмена в электрических машинах, который позволяет рассматривать сердечники и катушки, разделенные продуваемым зазором, связанными в тепловом отношении на общей конечно-элементной сетке с заданием внутренних и внешних границ со своими нелинейными коэффициентами теплоотдачи с поверхности, учетом поля скоростей, подогрева и теплоемкости теплоносителя.

Список литературы

1. **Логинова Е.Ю.** Моделирование нестационарных тепловых полей в тяговой электрической машине // Электротехника. – 1999. № 11. – С.21-24.

Если принять $T_{ТН}$ как среднерасходную, то узлы на границе теплообмена станут связаны со всеми узлами в сечении теплоносителя через интеграл температуры по сечению. Матрица Якоби становится заполненной в большей степени, ширина ленты матрицы возрастает. Это аналогично возникновению взаимосвязи всех узлов при определении $\text{grad } V$ через средневзвешенный векторный магнитный потенциал по сечению массивного проводящего элемента при расчете нестационарного магнитного поля с учетом наведенных вихревых токов.

На рис. 3 представлены результаты расчета теплового режима неявнополюсного двигателя постоянного тока в виде распределения изотерм, полученных с некоторыми упрощениями в поперечном (а) и продольном (плоскомеридианном) (б) сечениях двигателя [7].

2. **Дульнев Г.Н., Парфенов В.Г., Сигалов А.В.** Применение ЭВМ для решения задач теплообмена. - М.: Высшая школа, 1990. – 207 с.

3. **Ши Д.** Численные методы в задачах теплообмена: Пер. с англ. – М.: Мир, 1988. – 544 с.: ил.

4. **Аметистов Е.В.** Основы теории теплообмена: Учеб. пособие. – М.: Издательство МЭИ, 2000. – 207 с.: ил.

5. **ELCUT:** Руководство пользователя. - Препринт ПК TOP. - С.-Пб., 2000. 162 с.

6. **Сипайлов Г.А., Санников Д.И., Жадан В.А.** Тепловые, гидравлические и аэродинамические расчеты в электрических машинах: Учеб. для вузов. - М.: Высш. шк., 1989.-239 с.

7. **Совместный магнитотепловой конечно-элементный расчет неявнополюсного двигателя постоянного тока / Е.Б. Герасимов, Ю.Б. Казаков, А.И. Тихонов и др. // Электротехника. - 1996. - № 10. - С. 39-42**

