

## Расчет распределений электрических зарядов, индуцируемых на трубопроводах надземной прокладки полем лидера молнии

Слышалов В.К., д-р техн. наук, Кандалов Ю.В., асп.

Для оценки электромагнитного взаимодействия на трубопроводы надземной прокладки не прямых грозовых разрядов разработан метод расчета распределения электрических зарядов, индуцированных полем лидера молнии при его движении от облака к земле. Приведена зависимость максимальных значений плотности зарядов на трубопроводе от пространственного положения лидера.

*Ключевые слова:* электрический заряд, лидер молнии, плотность зарядов, грозовой разряд, электромагнитные параметры, диэлектрик, трубопровод.

## Calculating Electrical Charges Distribution Induced on Above-ground Pipeline with Lightning Leader Field

V.K. Slyshalov, Doctor of Engineering, Yu.V. Kandalov, Post Graduate Student

The authors developed the calculation method of electrical charges distribution induced with lightning leader field while moving from the cloud to the earth. It is necessary for estimating electromagnetic interaction the indirect lightning discharges on above-ground pipelines. The dependence of maximum pipeline charge density upon leader space position is presented.

*Keywords:* electrical charge, lightning leader, charge density, lightning discharge, electromagnetic parameters, dielectric, pipeline.

Грозовой разряд при ударе молнии в землю или заземленный объект вблизи трубопровода приводит к изменению электрического состояния последнего, что проявляется в индукции зарядов, появлении электрических токов в заземлителях, электрического поля в промежутке труба-земля и сопутствующих ему явлений коронирования, искрения, пробоя, которые в газозвоздушной смеси, т.е. при наличии утечек, например, в газопроводе, могут стать причиной пожаров и взрывов.

Наибольшая напряженность электрического поля имеет место на поверхности трубопровода, куда стягиваются индуцированные заряды, поэтому основной целью данного исследования является расчет распределения линейной плотности наведенных зарядов  $\tau_T(x,t)$  и создаваемого ими электрического поля.

Характеристическое значение времени физических явлений, обусловленных грозовым разрядом, имеет следующие значения:

- лидерная стадия грозового разряда характеризуется скоростью движения лидера молнии  $V_L = (1,5 \div 2) \cdot 10^5$  м/с [1], следовательно, при высоте облака  $h_0 = (1 \div 2) \cdot 10^3$  м характеристическое время имеет значение  $T_L \approx 10^{-3} \div 10^{-2}$  с;

- стадия главного разряда протекает при скорости перемещения фронта нейтрализации  $V = (0,05 \div 0,5) \cdot 3 \cdot 10^8$  м/с, т.е.  $T_M \approx 10^{-5} \div 10^{-4}$  с [1];

- стекание зарядов через сопротивление заземления  $r_3$  характеризуется постоянной времени  $T_c = C_0 \cdot r_3 \approx 10^{-8} \div 10^{-7}$  с;

- перераспределение зарядов на поверхности трубы при изменениях поля оценивается постоянной времени  $T_c$  порядка  $10^{-18}$  с [2], т.е. происходит значительно быстрее перечисленных процессов, практически следуя за изменением поля лидера.

Методика расчета распределений зарядов, наведенных на проводах и защитных тросах ВЛЭП в поле лидера молнии, была разработана и применена для практических расчетов в диссертации [3]; иллюстрацией ее применения является статья [4]. Ниже для расчета распределения наведенных зарядов по длине трубопровода воспользуемся вариантом этой методики, скорректированной по условиям разбираемой задачи. Ее постановку иллюстрируют рис. 1, 2.

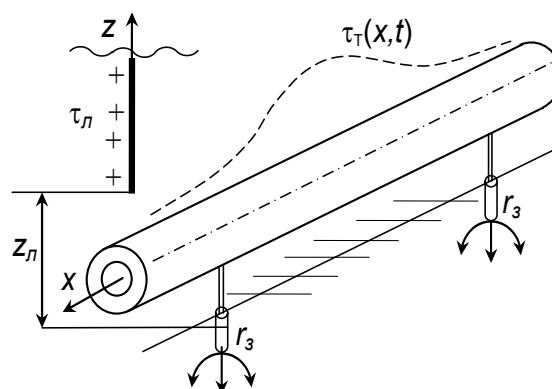


Рис. 1. Распределение линейной плотности наведенных зарядов  $\tau_T(x,t)$  и создаваемого ими электрического поля у поверхности трубы при ударе молнии

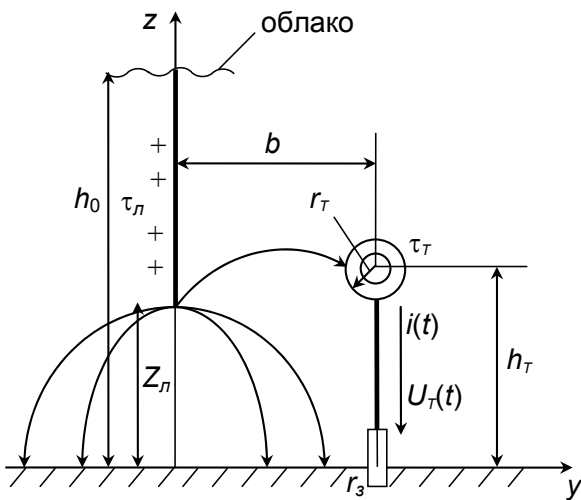


Рис. 2. Основные параметры системы трубопровода и канала грозового разряда

Для вывода уравнения, описывающего распределение зарядов  $\tau(x)$ , необходимо знать распределение напряженности электрического поля по сечению трубы.

Среднее значение продольной составляющей напряженности в сечении трубы определяется следующим образом:

$$\bar{E}_x = \frac{1}{\pi(r_T^2 - r_1^2)} \int_{r_1}^{r_T} E_x 2\pi r dr, \quad (1)$$

и удовлетворяет уравнению, получаемому из закона сохранения зарядов. Вывод этого уравнения поясняет рис. 3, согласно которому имеем

$$-\frac{\partial(\tau \Delta x)}{\partial t} = \gamma \pi (r_T^2 - r_1^2) [\bar{E}_x(x + \Delta x) - \bar{E}_x(x)]$$

и при  $\Delta x \rightarrow 0$  получаем

$$\frac{\partial \tau}{\partial t} + \gamma \pi (r_T^2 - r_1^2) \frac{\partial \bar{E}_x}{\partial x} = 0. \quad (2)$$

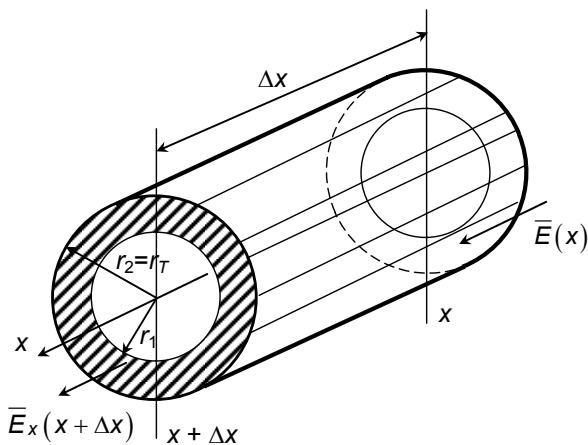


Рис. 3. Распределение зарядов по трубопроводу

Напряженность  $\bar{E}_x$  в сечении трубы создается первичным полем лидерного канала и вторичным полем зарядов, наведенных этим полем на трубопроводе и их изображением, а также изображением лидера в поверхности земли:

$$\bar{E}_x(x, t) = E_{xл}(x, t) + \bar{E}_x(x, t) + \bar{E}_{xл'}(x, t). \quad (3)$$

Для лидерного канала и его изображения согласно [4] можем записать для точек на оси трубы выражение

$$E_{xл} = \frac{\tau_l}{4\pi\epsilon_0} \frac{x}{x^2 + b^2} \left\{ \frac{\frac{z_n + h_T}{[x^2 + b^2 + (z_n + h_T)^2]^{\frac{1}{2}}}}{z_n - h_T} - \frac{1}{[x^2 + b^2 + (z_n - h_T)^2]^{\frac{1}{2}}} \right\}. \quad (4)$$

Основой для расчета напряженности от зарядов, наведенных на поверхности трубопровода, и их изображений является известное интегральное представление для обратного расстояния между точками истока и наблюдения в цилиндрической системе координат [5]:

$$\frac{1}{R} = \frac{2}{\pi} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2}{1 + \delta_{0n}} \cos n(v - v') \int_0^{\infty} \cos(x - x') \xi \left\{ \begin{array}{l} K_n(r'\xi) \\ K_n(r\xi) \end{array} \right\} d\xi \rightarrow$$

$$\rightarrow \left\{ \begin{array}{l} I_n(r\xi) \\ I_n(r'\xi) \end{array} \right\} d\xi \quad \begin{array}{l} r < r', \\ r > r', \end{array} \quad (5)$$

где  $I_n(r\xi)$ ,  $K_n(r\xi)$  – модифицированные функции Бесселя первого и второго рода порядка  $n$ ;  $\delta_{0n}$  – символ Кронекера.

Элементарный заряд, находящийся на элементе поверхности трубопровода  $ds = dx'r_T dv'$ ;  $dq = \sigma(x', r_T, v') \cdot ds$ , создает в точках с координатами  $x, r, v$  потенциал

$$d\varphi(x, r_T, v) = \frac{dq}{4\pi\epsilon_0 R} = \frac{\sigma(x', r_T, v') \cdot dx'r_T dv'}{4\pi\epsilon_0 R}$$

Выполняя интегрирование по  $v'$  от 0 до  $2\pi$  и по длине от  $-\infty$  до  $+\infty$ , получаем потенциал, создаваемый на трубопроводе собственными зарядами:

$$\varphi_{\tau}(x, r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_{-\infty}^{+\infty} \tau(x') \times$$

$$\times \left\{ \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \cos(x - x') \xi K_0(r_T \xi) \cdot I_0(r \xi) d\xi \right\} dx', \quad r < r_T. \quad (6)$$

Продольную составляющую напряженности, соответствующую потенциалу  $\varphi_{\tau}(x, r)$ , получаем дифференцированием:

$$E_{x\tau}(x, r) = -\frac{\partial \varphi_{\tau}(x, r)}{\partial x} =$$

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_{-\infty}^{+\infty} \tau(x') \left\{ \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \sin(x - x') \xi K_0(r_T \xi) I_0(r \xi) d\xi \right\} dx'. \quad (7)$$

Подставляя выражение (7) в (1) и выполняя интегрирование, находим среднее по сечению значение напряженности в трубопроводе от зарядов на поверхности трубопровода:

$$\bar{E}_{x\tau}(x) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{2}{r_T} \int_{-\infty}^{+\infty} \tau(x') \times \left\{ \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \sin(x-x') \xi K_0(r_T \xi) I_1(r_T \xi) d\xi \right\} dx' \quad (8)$$

Аналогично получаем формулу для напряженности от изображений зарядов  $\tau'(x)$ :

$$\bar{E}_{x\tau}(x) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{2}{(r_T^2 - r_1^2)} \times \rightarrow \int_{-\infty}^{+\infty} \tau(x') \left\{ \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \sin(x-x') \xi K_0(r_T \xi) \cdot \left[ r_T I_1(r_T \xi) - r_1 I_1(r_1 \xi) \right] d\xi \right\} dx' \quad (9)$$

Подставляя выражения (4), (8), (9) в (2), получаем интегро-дифференциальное уравнение для распределения наведенных на поверхности трубопровода зарядов:

$$\frac{\partial \tau(x,t)}{\partial t} = -\gamma \pi (r_T^2 - r_1^2) \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \frac{\tau_L}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{x}{x^2 + b^2} \times \left[ \frac{z_n + h_T}{(x^2 + c_1^2)^{\frac{1}{2}}} - \frac{z_n - h_T}{(x^2 + c_2^2)^{\frac{1}{2}}} \right] + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{2}{(r_T^2 - r_1^2)} \times \int_{-\infty}^{+\infty} \tau(x') \left\{ \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \sin(x-x') \xi \left[ K_0(r_T \xi) - K_0(2h_T \xi) \right] \times \left[ r_T I_1(r_T \xi) - r_1 I_1(r_1 \xi) \right] d\xi \right\} dx' \right\} \quad (10)$$

$$c_1^2 = b^2 + (z_n - h_T)^2; \quad c_2^2 = b^2 + (z_n + h_T)^2.$$

Это уравнение с помощью преобразования Фурье (метод Г.А. Гринберга [6]) может быть преобразовано в дифференциальное уравнение. Для этого умножаем (10) на  $e^{ivx}$ , где  $v$  – некоторая вещественная переменная, и интегрируем от  $-\infty$  до  $+\infty$ . В итоге для преобразованной функции

$$\tilde{\tau}(v,t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \tau(x,t) e^{ivx} dx \quad (11)$$

получаем дифференциальное уравнение

$$\frac{\epsilon_0}{\gamma} \cdot \frac{\partial \tilde{\tau}^*(v,t)}{\partial t} + v \left[ r_T I_1(r_T v) - r_1 I_1(r_1 v) \right] \left[ \begin{matrix} K_0(r_T v) - \\ -K_0(2h_T v) \end{matrix} \right] \times \tilde{\tau}^*(v,t) = -\frac{r_T^2 - r_1^2}{2} F_n(v,t), \quad (12)$$

где  $\tilde{\tau}^*(v,t) = \frac{\tilde{\tau}(v,t)}{\tau_L}$ ;

$$F_n(v,t) = \int_0^{\infty} \left\{ \frac{x^2}{x^2 + b^2} \left[ \frac{z_n - h_T}{(x^2 + c_1^2)^{\frac{3}{2}}} - \frac{z_n + h_T}{(x^2 + c_2^2)^{\frac{3}{2}}} \right] + \frac{x^2 - b^2}{(x^2 + b^2)^2} \left[ \frac{z_n - h_T}{(x^2 + c_1^2)^{\frac{1}{2}}} - \frac{z_n + h_T}{(x^2 + c_2^2)^{\frac{1}{2}}} \right] \cos vx dx \right\};$$

$$Z_n(t) = h_0 - v_n t.$$

Начальное условие для (12) имеет вид

$$\tilde{\tau}^*(v,t) \Big|_{t=0} = \frac{h_0 - Z_n}{v_n} \quad (13)$$

При выполнении инженерных расчетов целесообразно считать трубу сверхпроводящей и решать уравнение электростатики  $\bar{E}_x(x,t) = 0$ , в котором изменение функции  $\tau(x,t)$  обусловлено только движением лидера, т.е. параметром  $Z_n = h_0 - v_n t$ . Уравнение (12) при этом преобразуется в алгебраическое и имеет вид

$$\left[ \frac{2}{r_T} K_0(r_T v) I_1(r_T v) - v K_0(2h_T v) \right] \tilde{\tau}(v) = -\tau_L F_n(v), \quad (14)$$

где

$$F_n(v) = \int_0^{\infty} \frac{x}{x^2 + b^2} \left\{ \frac{z_n + 1}{(x^2 + c_2^2)^{\frac{1}{2}}} - \frac{z_n - 1}{(x^2 + c_1^2)^{\frac{1}{2}}} \right\} \times \sin vx dx. \quad (15)$$

$\times \sin vx dx$ .

Определяя при решении (14)  $\tilde{\tau}(v)$  и выполняя обратное преобразование Фурье, находим распределение  $\tau(x,t)$ , в котором время  $t$  задается параметром  $Z_n$ :

$$\tau(x,t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{\tau}(v) e^{-ivx} dv = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \tilde{\tau}(v) \cos vx dv. \quad (16)$$

В качестве иллюстрации предлагаемой методики выполнили расчет распределения  $\tau(x)$  для ситуации, поясняемой рис. 1, 2. Числовые значения параметров грозового разряда принимаем следующими: высота облака  $h_0 = 2000$  м; линейная плотность зарядов лидерного канала  $\tau_L = 4 \cdot 10$  Кл/м; скорость движения лидера  $V_n = 2 \cdot 10^2$  м/с; скорость движения фронта нейтрализации в стадии главного разряда  $V_\phi \approx 0,9 \cdot 10^8$  м/с; расстояние от оси трубопровода до точки удара  $b = 5h_T = 12,5$  м; параметры трубопровода  $h_T = 2,5$  м,  $r_T = 0,137$  м (труба  $\varnothing 273 \times 6,0$ ).

Расчет выполняем используя систему относительных величин:

$$\tau^* = \frac{\tau}{\tau_L}; \quad r_T^* = \frac{r_T}{h_T}; \quad b^* = \frac{b}{h_T}; \quad v^* = v h_T.$$

В соответствии с методикой последовательно вычисляем для заданных положений лидера  $z_n^* = 0, 1, 2, \dots$  следующие функции:

$$F_n(v^*) = \int_0^\infty \frac{x^*}{x^{*2} + b^{*2}} \left\{ \frac{z_n^* + 1}{(x^{*2} + c_2^{*2})^{\frac{1}{2}}} - \frac{z_n^* - 1}{(x^{*2} + c_1^{*2})^{\frac{1}{2}}} \right\} \sin v^* x^* dx^* ;$$

$$F_1(v^*) = \frac{2}{r_T^*} K_0(r_T^* v^*) I_1(r_T^* v^*) - v^* K_0(2h_T^* v^*) ;$$

$$\tilde{\tau}^*(v^*) = -\frac{F_n(v^*)}{F_1(v^*)} .$$

Значение  $\tilde{\tau}^*(0)$  получается путем предельного перехода при  $v^* \rightarrow 0$  и вычисляется по формуле

$$\tilde{\tau}^*(0) = \lim_{v^* \rightarrow 0} \left( -\frac{F_n(v^*)}{F_1(v^*)} \right) = -\left( \ln \frac{2h_T^*}{r_T^*} \right)^{-1} \times \int_0^\infty \frac{x^*}{x^{*2} + b^{*2}} \left\{ \frac{z_n^* + 1}{(x^{*2} + c_2^{*2})^{\frac{1}{2}}} - \frac{z_n^* - 1}{(x^{*2} + c_1^{*2})^{\frac{1}{2}}} \right\} dx^* .$$

Применяя к распределению  $\tilde{\tau}^*(v^*)$  преобразование (16), получаем зависимости  $\tau^*(v^*)$ , параметром которых является положение головки лидера  $z_n^* = \frac{z_n}{h_T}$ . Наибольший интерес

при исследовании закономерностей в этих распределениях представляют максимальные значения плотностей зарядов  $\tau_{\max}^* = \tau^*(0)$  и зависимость  $\tau_{\max}^*(z_n^*)$  в целом (рис. 4). Экстремум (максимум) этой зависимости соответствует значению  $z_n^* = 1$  и равен

$$\tau_{\max}^* \Big|_{z_n^*=1} = -1,358 \cdot 10^{-3} \rightarrow$$

$$\rightarrow \tau_{\max} = \tau_{\max}^* \tau_n = -5,43 \cdot 10^{-7} \text{ Кл/м} .$$

Слышалов Владимир Константинович,  
 ГОУВПО «Ивановский государственный энергетический университет имени В.И. Ленина»,  
 доктор технических наук, профессор кафедры электрических систем,  
 телефоны: (4932) 38-57-79, 8-906-513-15-01,  
 адрес: 153003, г. Иваново, ул. Красных Зорь, д.10, кв.43.

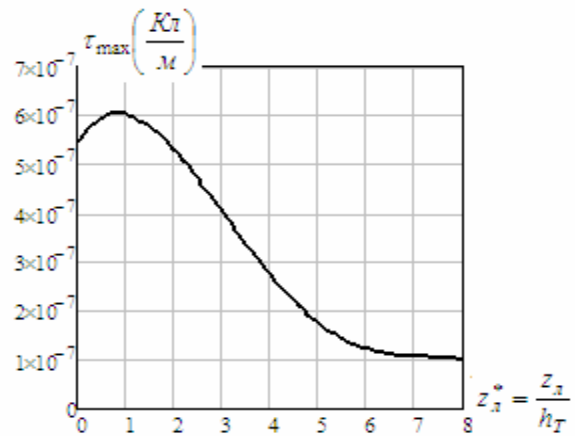


Рис. 4. Максимальное значение плотности наведенных зарядов (сечение  $x = 0$ ) в функции от положения лидера

### Заключение

Поскольку переменная  $z_n$  и время  $t$  связаны линейной зависимостью  $z_n = h_0 - v_n t$ , распределения зарядов  $\tau(z_n)$  для любого сечения трубопровода  $x$  легко преобразуются в зависимости  $\tau(x, t)$ . Дополняя их аналогичными функциями в стадии главного разряда, для которого  $z_n = V_\phi t$ , получаем полный импульс наведенных зарядов  $\tau(x, t)$ .

Расчет значений линейной плотности зарядов для стадии главного разряда выполняется путем пропорционального пересчета зависимости (рис. 3) по формуле  $\tau_r(V_\phi, t_\phi) = \tau(Z_\phi) = \tau(z_n)$  для любого значения переменной  $x$ .

Отличие формы лидерного канала от прямолинейной не является принципиальным препятствием для расчетов изложенным методом.

### Список литературы

1. Оценка параметров наведенных токов, протекающих в заземлителях при грозовых разрядах / В.К. Слышалов, А.Ф. Сорокин, А.В. Слышалов и др. // Вестник ИГЭУ. – 2008. – Вып. 2. – С. 64–69.
2. Стрэттон Дж.А. Теория электромагнитизма: Пер. с англ. / Под ред. С.М. Рытова. – М.; Л.: Изд-во ОГИЗ, 1948.
3. Слышалов А.В. Разработка методов расчета механических сил и моментов, действующих на фазные провода и защитные тросы ЛЭП в поле лидера молнии: Дис... канд. техн. наук: 05.14.02; 05.14.12. – Иваново, 2001.
4. Слышалов А.В., Слышалов В.К. Расчет распределений зарядов, наведенных на поверхности земли электрическим полем лидера молнии // Вестник ИГЭУ. – 2002. – Вып.1. – С. 108–111.
5. Бухгольц. Расчет электрических и магнитных полей. – М.: Ин. лит-ра, 1961.
6. Гринберг Г.А. Избранные вопросы математической теории электрических и магнитных явлений. – М.; Л.: Изд-во АН СССР, 1948.

Кандалов Юрий Владимирович,  
ГОУВПО «Ивановский государственный энергетический университет имени В.И. Ленина»,  
аспирант кафедры электрических систем,  
телефоны: (4932) 34-99-25, 8-910-985-36-00  
адрес: 153000, г. Иваново, ул. Красногвардейская, д. 5, кв. 20,  
e-mail: artyr\_198353@mail.ru